# 單元一（微積分與統計） 評卷參考

本文件供閱卷員參考而設，並不應被視為標準答案。考生及沒有參與評卷工作的教師在詮釋文件內容時應小心謹慎。

## 評卷一般指引

1. 所有閱卷員均應盡量依循本評卷參考評卷。但在很多情況下，考生可能使用評卷參考所述以外的方法求得正確答案。一般而言，除非考題指明須使用某種解題方法，否則考生若使用另外的方法求得正確答案，應獲得該部分的所有分數。如遇考生使用評卷參考以外的方法解題，閱卷員應耐心評閱。

2. 為方便閱卷員，本評卷參考採取盡量詳盡無遺的形式。但考生的解答不一定採取同樣清晰的形式，例如可能略去或沒有言明某些解題步驟。在這些情況下，閱卷員應酌情評分。一般而言，解答如能顯示考生在某一解題步驟運用了相關概念／技巧，則應給予該步驟的分數。

3. 在評分時，任何疑點的利益應歸於考生。

4. 除非考題指明答案須採取的形式，如考生的答案正確，即使該答案的形式較評卷參考提供的形式簡單，仍應予接納。

5. 評卷參考上的分數分為以下三類：

   'M' 分 – 使用正確解題方法而獲得的分數
   'A' 分 – 提供準確答案而獲得的分數
   'M' 或 'A' 以外的分數 – 正確完成證明或求得考題提供的答案而獲得的分數

   某些考題包含若干部分，其中某些部分的答案依賴於先前部分的答案。如考生能從先前部分的答案以正確的步驟或方法導出答案，即使先前部分的答案有誤，仍應給予 'M' 分（即閱卷員在評定 'M' 分時，應跟進考生的解題步驟），但不應給予相關答案的 'A' 分，除非另有規定。

6. 在評卷參考中，虛線長方形代表可略去的步驟，而 $\boxed{\text{實線長方形}}$ 則代表其他答案

7. 除非考題另有規定，否則考生應提供真確或準確至4位小數的數值答案。閱卷員不應接納未達所需精確度的答案。

| 解 | 分 | 備註 |
|---|---|---|
| 設 $V$ 和 $r$ 分別為球狀氣球的體積和半徑。 | | |
| $V=\frac{4}{3}\pi r^3$ | | |
| $\frac{dV}{dt}=4\pi r^2\frac{dr}{dt}$ | 1M | |
| $\therefore\ -100=4\pi\cdot 10^2\frac{dr}{dt}$ | 1M | |
| $\frac{dr}{dt}=\frac{-1}{4\pi}$ | 1A | 或 $-0.0796$ |
| 因此半徑的變率為 $\frac{-1}{4\pi}$ cm $s^{-1}$ 。 | | |
| | (3) | |
| (a) $f(x)=\frac{x^x}{(2x+13)^6}$ | | |
| $\ln f(x)=x\ln x-6\ln(2x+13)$ | 1A | |
| $\frac{f'(x)}{f(x)}=\ln x+x\cdot\frac{1}{x}-6\cdot\frac{2}{2x+13}$ | 1M+1A | |
| $f'(x)=\left(\ln x+1-\frac{12}{2x+13}\right)f(x)$ | | |
| $=\left(\ln x+\frac{2x+1}{2x+13}\right)\frac{x^x}{(2x+13)^6}$ | 1A | 接納 $\left(\ln x+\frac{2x+1}{2x+13}\right)f(x)$ |
| (b) 對 $x>1$ ，有 $\ln x>0$ 、 $\frac{2x+1}{2x+13}>0$ 和 $\frac{x^x}{(2x+13)^6}>0$ 。 | 1M | |
| $\therefore\ f'(x)>0$ | | 或 $f'(x)\geq 0$ |
| 因此 $f(x)$ 是遞增函數。 | 1 | |
| | (6) | |
| (a) $\left.\frac{dy}{dx}\right\|_{(1,5)}=\left(2\cdot 1-\frac{1}{1}\right)^3$ | | |
| $=1$ | 1A | |
| 因此切線方程為 $y-5=1(x-1)$ | | |
| 即 $x-y+4=0$ | 1A | |
| (b) (i) $\left(2x-\frac{1}{x}\right)^3=(2x)^3-3(2x)^2\left(\frac{1}{x}\right)+3(2x)\left(\frac{1}{x}\right)^2-\left(\frac{1}{x}\right)^3$ | 1M | |
| $=8x^3-12x+\frac{6}{x}-\frac{1}{x^3}$ | 1A | |
| (ii) $y=\int\left(2x-\frac{1}{x}\right)^3dx$ | | |
| $=\int\left(8x^3-12x+\frac{6}{x}-\frac{1}{x^3}\right)dx$ 根據 (i) | | |
| $=2x^4-6x^2+6\ln\|x\|+\frac{1}{2x^2}+C$ | 1M | |

| 解 | 分 | 備註 |
|---|---|---|
| 由於 $P(1,5)$ 位於 $S$ 上， $5=2(1)^4-6(1)^2+6\ln\lvert 1\rvert+\dfrac{1}{2(1)^2}+C$ | 1M | |
| 即 $C=\dfrac{17}{2}$ | | |
| 因此對 $x>0$ ， $S$ 的方程為 $y=2x^4-6x^2+6\ln x+\dfrac{1}{2x^2}+\dfrac{17}{2}$ 。 | 1A | |
| | (7) | |
| (a) 設 $u=t^2+4t+11$ 。<br>$du=(2t+4)dt$ | 1A | |
| 當 $t=1, u=16$ ；當 $t=3, u=32$ 。 | | |
| $\displaystyle\int_1^3\frac{t+2}{t^2+4t+11}dt=\int_{16}^{32}\frac{1}{u}\frac{du}{2}$ | 1M | 或 $\displaystyle\frac{1}{2}\int_{t=1}^3\frac{d(t^2+4t+11)}{t^2+4t+11}$ |
| $=\dfrac{1}{2}\left[\ln\lvert u\rvert\right]_{16}^{32}$ | 1A | |
| $=\dfrac{\ln 32-\ln 16}{2}$ | 1A | |
| $=\dfrac{\ln 2}{2}$ | | 或 0.3466 |
| (b) $\displaystyle\int_1^3\frac{t^2+3t+9}{t^2+4t+11}dt=\int_1^3\left(1-\frac{t+2}{t^2+4t+11}\right)dt$ | 1M | |
| $\displaystyle=[t]_1^3-\int_1^3\frac{t+2}{t^2+4t+11}dt$ | | |
| $=2-\dfrac{\ln 2}{2}$ | 1A | 或 1.6534 |
| | (6) | |
| $\dfrac{dx}{dt}=\dfrac{t\sqrt{9-t^2}}{3}$ | | |
| 設 $u=9-t^2$ 。<br>$du=-2tdt$ | 1M | |
| $\displaystyle x=\int\frac{t\sqrt{9-t^2}}{3}dt$ | | |
| $\displaystyle=\int\frac{u^{\frac{1}{2}}}{3}\frac{du}{-2}$ | 1M | 或 $\displaystyle\int\frac{(9-t^2)^{\frac{1}{2}}}{3}\frac{d(9-t^2)}{-2}$ |
| $=\dfrac{-1}{6}\cdot\dfrac{2u^{\frac{3}{2}}}{3}+C$ | 1M | |
| $=\dfrac{-1}{9}(9-t^2)^{\frac{3}{2}}+C$ | | |
| 當 $t=0$ ， $x=8$ 。 | | |
| $\therefore\ 8=\dfrac{-1}{9}(9-0)^{\frac{3}{2}}+C$ | 1M | |
| $C=11$ | | |
| 即 $x=\dfrac{-1}{9}(9-t^2)^{\frac{3}{2}}+11$ | 1A | |
| | (5) | |

| 解 | 分 | 備註 |
|---|---|---|
| 6. (a) $0.1k+0.2(0)+0.3(4)+0.4(6)=3.4$ | 1M | |
| $k=-2$ | 1A | |
| (b) $\mathrm{Var}(3-4X)=16\mathrm{Var}(X)$ | 1M | |
| $=16[\mathrm{E}(X^2)-\mathrm{E}(X)^2]$ | | |
| $=16[0.1(-2)^2+0.2(0)^2+0.3(4)^2+0.4(6)^2-3.4^2]$ | | |
| 另解 | | |
| (table below) | 1M | |
| $\mathrm{E}(3-4X)=0.1(11)+0.2(3)+0.3(-13)+0.4(-21)$ | | 或 $3-4(3.4)$ |
| $=-10.6$ | | |
| $\mathrm{Var}(3-4X)=0.1(11+10.6)^2+0.2(3+10.6)^2+0.3(-13+10.6)^2+0.4(-21+10.6)^2$ | | |
| $=128.64$ | 1A | |
| (c) $\mathrm{P}(G\cap H)=\mathrm{P}(-1\le X<4)$ | | |
| $=\mathrm{P}(X=0)$ | | |
| $=0.2$ | 1A | |
| | (5) | |

| $x$ | $-2$ | $0$ | $4$ | $6$ |
|---|---|---|---|---|
| $3-4x$ | $11$ | $3$ | $-13$ | $-21$ |
| $\mathrm{P}(X=x)$ | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 |

| 解 | 分 | 備註 |
|---|---|---|
| 7. (a) $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(A\mid B)$ | | |
| $=(1-0.75)\times 0.4$ | 1M | |
| $=0.1$ | 1A | |
| $\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$ | | |
| $0.45=\mathrm{P}(A)+(1-0.75)-0.1$ | 1M | |
| $\mathrm{P}(A)=0.3$ | 1A | |
| (b) $\mathrm{P}(A\mid B)=0.4$ | | |
| $\ne \mathrm{P}(A)$ | 1M | |
| 另解 | | |
| $\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=0.3\times 0.25$ | | |
| $=0.075$ | | |
| $\ne \mathrm{P}(A\cap B)$ | 1M | |
| 因此事件 $A$ 與 $B$ 並非相互獨立。 | 1 | |
| | (6) | |

| 解 | 分 | 備註 |
| --- | --- | --- |
| (a) P(所選微波爐由生產線 $B$ 生產且能正常運作) | | |
| $=(1-0.04)\times\dfrac{2}{3}$ | | |
| $=0.64$ | 1A | |
| (b) P($A$) P(能正常運作 \| $A$) = P(能正常運作) P($A$ \| 能正常運作) | | |
| $P(A)\,(1-0.02)=(1-0.04)\left(1-\dfrac{2}{3}\right)$ | 1M | |
| $P(A)=\dfrac{16}{49}$ | 1A | 或 0.3265 |
| (c) P(能正常運作 \| $B$) $=\dfrac{0.64}{1-\dfrac{16}{49}}$ | 1M | |
| $=\dfrac{784}{825}$ | 1A | 或 0.9503 |
| | (5) | |

| 解 | 分 | 備註 |
| --- | --- | --- |
| (a) $p$ 的估算值 $=\dfrac{80}{200}$ | | |
| $=0.4$ | 1A | |
| $p$ 的近似 95% 置信區間 | | |
| $=\left(0.4-1.96\sqrt{\dfrac{0.4\times0.6}{200}},\ 0.4+1.96\sqrt{\dfrac{0.4\times0.6}{200}}\right)$ | 1M | |
| $\approx(0.3321,\ 0.4679)$ | 1A | |
| (b) $X\sim N\left(0.85,\ \dfrac{0.85\,(1-0.85)}{n}\right)$ | | |
| $P\left(X>\dfrac{100}{n}\right)<0.05$ | 1A | |
| $P\left(Z>\dfrac{\dfrac{100}{n}-0.85}{\sqrt{\dfrac{0.85(0.15)}{n}}}\right)<0.05$ | 1M | |
| $\dfrac{100-0.85n}{n}\sqrt{\dfrac{n}{0.1275}}>1.645$ | 1M | |
| $0.85n+1.645\sqrt{0.1275n}-100<0$ | | |
| $-11.19754391<\sqrt{n}<10.50650569$ | | |
| $0<n<110.3866618$ | | |
| 因此 $n$ 的最大值是 110 。 | 1A | |
| | (7) | |

| 解 | 分 | 備註 |
|---|---|---|
| 10. (a) (i) $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}v}(ve^{-v})=e^{-v}-ve^{-v}$ | 1A | |
| (ii) $ve^{-v}=e^{-v}-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}v}ve^{-v}$ | | |
| $\int ve^{-v}\mathrm{d}v=\int e^{-v}\mathrm{d}v-ve^{-v}$ | 1M | |
| $=-e^{-v}-ve^{-v}+C$ | | |
| $=-e^{-v}(1+v)+C$ | 1 | |
| | (3) | |
| (b) 陰影區域的面積 $=\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2}\,\mathrm{d}x$ | 1A | |
| 設 $x=e^u$ 。 | | 或 $u=\ln x$ |
| $\mathrm{d}x=e^u\mathrm{d}u$ | 1A | |
| 當 $x=1$ ， $u=0$ ；當 $x=2$ ， $u=\ln 2$ | | |
| $\therefore$ 面積 $=\int_0^{\ln 2}\frac{u}{e^{2u}}\cdot e^u\mathrm{d}u$ | 1M | |
| $=\int_0^{\ln 2} ue^{-u}\mathrm{d}u$ | | |
| $=[-e^{-u}(1+u)]_0^{\ln 2}$ 根據 (a) | 1M | |
| $=\frac{-1}{2}(1+\ln 2)+1$ | | |
| $=\frac{1-\ln 2}{2}$ | 1 | |
| | (5) | |
| (c) (i) $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\frac{\ln x}{x^2}\right)=\frac{x^2\cdot\frac{1}{x}-\ln x\cdot 2x}{(x^2)^2}$ | 1M | |
| $=\frac{1-2\ln x}{x^3}$ | | |
| $\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}\left(\frac{\ln x}{x^2}\right)=\frac{x^3\cdot\frac{-2}{x}-(1-2\ln x)3x^2}{x^6}$ | | |
| $=\frac{6\ln x-5}{x^4}$ | 1A | |
| (ii) $\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}\left(\frac{\ln x}{x^2}\right)<0$ ，當 $x<e^{\frac{5}{6}}\approx 2.30098$ | 1A | 或當 $1\le x\le 2$ |
| 因此梯形法則會低估 $\int_1^2\frac{\ln x}{x^2}\,\mathrm{d}x$ 。 | 1A | |
| 考慮使用 10 個區間的梯形法則。 | | |
| $\therefore\ \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{10}\left[\frac{\ln 1}{1^2}+2\left(\frac{\ln 1.1}{1.1^2}+\frac{\ln 1.2}{1.2^2}+\cdots+\frac{\ln 1.9}{1.9^2}\right)+\frac{\ln 2}{2^2}\right]<\frac{1-\ln 2}{2}$ | 1M | 給左方算式 |
| $0+2\left(\frac{\ln 1.1}{1.1^2}+\frac{\ln 1.2}{1.2^2}+\cdots+\frac{\ln 1.9}{1.9^2}\right)+\frac{\ln 2}{4}<10-10\ln 2$ | | |
| $\frac{\ln 1.1}{1.1^2}+\frac{\ln 1.2}{1.2^2}+\frac{\ln 1.3}{1.3^2}+\cdots+\frac{\ln 1.9}{1.9^2}<5-\frac{41}{8}\ln 2$ | 1 | |
| | (6) | |

| 解 | 分 | 備註 |
|---|---|---|
| (a) $\lim\limits_{t\to\infty}\dfrac{340}{2+e^{-t}-2e^{-2t}}=\dfrac{340}{2+0-2\cdot 0}$ $=170$ | 1M | |
| 因此經過一段長時間後，$y$的值不會超過 171。 | 1A | |
| | (2) | |
| (b) $\dfrac{dy}{dt}=340[-(2+e^{-t}-2e^{-2t})^{-2}](-e^{-t}+4e^{-2t})$ $=\dfrac{340(e^{-t}-4e^{-2t})}{(2+e^{-t}-2e^{-2t})^2}$ | 1A | |
| $\therefore\ \dfrac{dy}{dt}=0$ ，當 $e^{-t}-4e^{-2t}=0$ | 1M | 給 $\dfrac{dy}{dt}=0$ |
| 即 $t=\ln 4$ | 1A | |
| 表：$t$：$0\le t<\ln 4$，$t=\ln 4$，$t>\ln 4$；$\dfrac{dy}{dt}$：負，0，正 | 1M | |
| 因此當 $t=\ln 4$時， $y$達到最小值。 $y$的最小值 $=\dfrac{340}{2+e^{-\ln 4}-2e^{-2\ln 4}}$ $=160$ | 1A | |
| 當 $t=0$ ， $y=\dfrac{340}{2+e^{0}-2e^{0}}$ $=340$ | | |
| 由於$y$的圖象連續，根據(a)， $y$的最大值是 340，而$y$的最小值是 160 。 | 1A | |
| | (6) | |
| (c) (i) $y=\dfrac{340}{2+e^{-t}-2e^{-2t}}$ $2y+ye^{-t}-2ye^{-2t}=340$ $2y(e^{-t})^2-ye^{-t}+340-2y=0$ | 1A | |
| (ii) 由於 $e^{-\alpha}$ 和 $e^{\alpha-3}$ 是(i)中方程的根， $\dfrac{340-2y}{2y}=e^{-\alpha}e^{\alpha-3}$ | 1M | |
| $340-2y=2ye^{-3}$ 因此該方程變成 $2y(e^{-t})^2-ye^{-t}+2ye^{-3}=0$ 即 $2(e^{-t})^2-e^{-t}+2e^{-3}=0$ | 1A | |
| $\therefore\ e^{-\alpha}=\dfrac{1+\sqrt{1-16e^{-3}}}{4}$ or $\dfrac{1-\sqrt{1-16e^{-3}}}{4}$ (捨去，因 $e^{-\alpha}$ 是較大的根) | | |
| 即 $\alpha=-\ln\dfrac{1+\sqrt{1-16e^{-3}}}{4}$ | 1A | 或 $\ln\dfrac{1-\sqrt{1-16e^{-3}}}{4}+3$ 或 1.0140 |
| | (4) | |

| $t$ | $0\le t<\ln 4$ | $t=\ln 4$ | $t>\ln 4$ |
|---|---|---|---|
| $\dfrac{dy}{dt}$ | 負 | 0 | 正 |

| 解 | 分 | 備註 |
|---|---|---|
| 12. (a) $\mathrm{P}(\mu-3.5\le X\le\mu+3.5)=0.5160$ | 1A | |
| $\mathrm{P}\left(0\le Z\le\frac{3.5}{\sigma}\right)=0.2580$ | | |
| $\frac{3.5}{\sigma}=0.7$ | | |
| $\sigma=5$ | 1A | |
| $\mathrm{P}(X>25)=0.2743$ | 1A | |
| $\mathrm{P}\left(0<Z<\frac{25-\mu}{\sigma}\right)=0.2257$ | | |
| $\frac{25-\mu}{5}=0.6$ | | |
| $\mu=22$ | 1A | |
| | (4) | |
| (b) $\mathrm{P}(X>k)\le\frac{5}{200}$ | 1A | |
| $\mathrm{P}\left(0<Z<\frac{k-22}{5}\right)\ge0.475$ | | |
| $\frac{k-22}{5}\ge1.96$ | 1M | |
| $k\ge31.8$ | | |
| 因此 $k$ 的最小整數值是 32。 | 1A | |
| | (3) | |
| (c) (i) 樣本平均值 $=\frac{22+15+\cdots+24}{12}$ | | |
| $=21$ | 1A | |
| 一個 90% 置信區間 | | |
| $\approx\left(21-1.645\times\frac{4.7}{\sqrt{12}},\ 21+1.645\times\frac{4.7}{\sqrt{12}}\right)$ | 1M | |
| $\approx(18.7681,\ 23.2319)$ | 1A | |
| (ii) 設 $\bar{Y}$ 為 $n$ 份訂單的平均送貨時間。 | | 另解 |
| $\mathrm{P}(\theta-3\le\bar{Y}\le\theta+3)>0.99$ | | $\left(\bar{Y}-2.575\times\frac{4.7}{\sqrt{n}},\bar{Y}+2.575\times\frac{4.7}{\sqrt{n}}\right)$ |
| $\mathrm{P}\left(\frac{-3}{\frac{4.7}{\sqrt{n}}}\le Z\le\frac{3}{\frac{4.7}{\sqrt{n}}}\right)>0.99$ | 1M | $\subsetneq(\bar{Y}-3,\bar{Y}-3)$ |
| $\frac{3}{\frac{4.7}{\sqrt{n}}}>2.575$ | 1M | $\therefore 2.575\times\frac{4.7}{\sqrt{n}}<3$ |
| $n>16.27450069$ | | |
| 因此 $n$ 的最小值是 17。 | 1A | |
| | (6) | |

| 解 | 分 | 備註 |
|---|---|---|

(a) P(某日內的誤點次數不超過 3)

$= e^{-4.8}\left(1+4.8+\dfrac{4.8^2}{2!}+\dfrac{4.8^3}{3!}\right)$ 1M

$\approx 0.294229916$

$\approx 0.2942$ 1A

(2)

(b) P(連續 3 日內最多有 2 日的每日誤點次數不超過 3)

$\approx 1-0.294229916^3$ 1M

$\approx 0.9745$ 1A

備註：$\begin{cases} 或 \displaystyle\sum_{r=0}^{2} C_r^3 p^r (1-p)^{3-r} , \\ 其中 \ p \approx 0.294229916 \end{cases}$

(2)

(c) 把 P(*不理想日*)記作 $k$ 。

(i) $k = 1-e^{-4.8}\left(1+4.8+\dfrac{4.8^2}{2!}+\dfrac{4.8^3}{3!}+\dfrac{4.8^4}{4!}+\dfrac{4.8^5}{5!}\right)$

$\approx 0.348993562$ 1A

∴ 今日和下一個*不理想日*之間的*理想日*的平均數

$= \dfrac{1}{k}-1$ 1M

$\approx 1.8654$ 1A

(ii) P(某星期的最後一日是該星期內第三個*不理想日*)

$= C_2^6 k^2 (1-k)^4 k$ 1M

$\approx 0.1145$ 1A

(iii) P(在某星期內連續出現至少 4 個*不理想日*)

$= k^4 \cdot 1^3 + (1-k)k^4 \cdot 1^2 + 1(1-k)k^4 \cdot 1 + 1^2 (1-k)k^4$ 1M

另解 1

$= [2k^4(1-k)+2k^4(1-k)^2] + [2k^5(1-k)+k^5(1-k)^2] + 2k^6(1-k)+k^7$ 1M

$= 2(k^4-k^5+k^4-2k^5+k^6)+2k^5-2k^6+k^5-2k^6+k^7+2k^6-2k^7+k^7$

另解 2

$= 4k^4(1-k)^3 + 9k^5(1-k)^2 + 6k^6(1-k) + k^7$ 1M

$= 4(k^4-3k^5+3k^6-k^7)+9(k^5-2k^6+k^7)+6k^6-6k^7+k^7$

$= 4k^4-3k^5$

$\approx 0.0438$ 1A

(7)

備註：

(c)(iii)

| S | M | T | W | T | F | S |
|---|---|---|---|---|---|---|
| B | B | B | B | | | |
| G | B | B | B | B | | |
| | G | B | B | B | B | |
| | | G | B | B | B | B |

(c)(iii) 另解 1

| S | M | T | W | T | F | S |
|---|---|---|---|---|---|---|
| B | B | B | B | G | | |
| G | B | B | B | B | G | |
| | G | B | B | B | B | G |
| | | G | B | B | B | B |
| B | B | B | B | B | G | |
| G | B | B | B | B | B | G |
| | G | B | B | B | B | B |
| B | B | B | B | B | B | G |
| G | B | B | B | B | B | B |
| B | B | B | B | B | B | B |

(c)(iii) 另解 2

| S | M | T | W | T | F | S |
|---|---|---|---|---|---|---|
| B | B | B | B | G | G | G |
| G | B | B | B | B | G | G |
| G | G | B | B | B | B | G |
| G | G | G | B | B | B | B |
| B | B | B | B | B | G | G |
| G | B | B | B | B | B | G |
| G | G | B | B | B | B | B |
| B | B | B | B | G | B | G |
| B | B | B | B | G | G | B |
| G | B | B | B | B | G | B |
| B | G | B | B | B | B | G |
| B | G | G | B | B | B | B |
| G | B | G | B | B | B | B |
| B | B | B | B | B | B | G |
| B | B | B | B | B | G | B |
| B | B | B | B | G | B | B |
| B | B | G | B | B | B | B |
| B | G | B | B | B | B | B |
| G | B | B | B | B | B | B |
| B | B | B | B | B | B | B |