



甲部 (50 分)

1. 設  $X$  及  $Y$  為兩事件使得  $P(X)=0.4$ 、 $P(Y)=0.7$  及  $P(Y|X)=0.5$ 。

(a)  $X$  與  $Y$  是否獨立？試解釋你的答案。

(b) 求  $P(X \cup Y)$ 。

(5 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

請在此貼上電腦條碼

2. 一盒子中有六張紙卡，紙卡上分別記有數字 1、2、3、4、5 及 6。
- (a) 現從該盒中隨機逐張抽出三張紙卡，每次抽出紙卡後，須把該紙卡放回該盒中才抽出下一張。已知所抽出數字之和為 7，求抽出恰好兩次數字 1 的概率。
- (b) 假如抽出三張紙卡前，先行取走記有數字 6 的紙卡，(a) 所描述的概率會否改變？試解釋你的答案。

(6分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

3. 某博物館於 10:00 開館。每分鐘進入該博物館的訪客人數依循一平均值為 1.8 的泊松分佈。
- (a) 寫出每分鐘進入該博物館的訪客人數的方差。
- (b) 求該博物館開館首兩分鐘內有 3 名訪客進入該博物館的概率。
- (c) 於 10:00，入口處只會開放一道閘門。若在任何連續兩分鐘內，每分鐘有至少 4 名訪客進入該博物館，則入口處會開放第二道閘門。求該博物館開館三分鐘後第二道閘門剛開放的概率。

(7 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

請在此貼上電腦條碼

4. 現有許多包種子，每包均有 100 粒種子。設  $p$  為某包種子內種子發芽的總體比例。
- (a) 隨機抽取一包種子，內有 64 粒種子發芽。求  $p$  的近似 95% 置信區間。
- (b) 已知這些種子包的種子發芽比例依循一平均值為  $p$  及標準差為 0.05 的正態分佈。求最小樣本容量使得  $p$  的 90% 置信區間的寬度小於 0.04。

(7分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

5. 設  $k$  為一常數。

(a) 依  $x$  的升幂次序展開  $e^{kx}$  至含  $x^2$  的項為止。

(b) 若  $(1+2x)^7 e^{kx}$  的展開式中  $x$  的係數為 8，求  $x^2$  的係數。

(5分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

6. 設  $f(x) = 3^{2x} - 10(3^x) + 9$ 。

(a) 求  $\int f(x) dx$ 。

(b) 曲線  $C$  的方程為  $y = f(x)$ 。求

(i)  $C$  的兩  $x$  截距，

(ii)  $C$  與  $x$  軸圍成的區域的面積之真確值。

(6分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。



請在此貼上電腦條碼

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

8. 對所有  $x > 0$ ，定義  $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{x}$ 。設  $\alpha$  及  $\beta$  為方程  $f'(x) = 0$  的兩根，其中  $\alpha > \beta$ 。

(a) 以  $e$  表  $\alpha$ ，並求  $\beta$ 。

(b) 利用代換積分法，計算  $\int_{\beta}^{\alpha} f(x) dx$ 。

(7分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

請在此貼上電腦條碼

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

**乙部 (50 分)**

9.  $X$  及  $Y$  為兩所學生人數相同的學校。 假設每所學校學生每天的閱讀時間（以分鐘為單位）均為正態分佈。 在學校  $X$ ， 0.6% 的學生每天閱讀少於 40 分鐘， 而 1.5% 閱讀多於 70 分鐘。 在學校  $Y$ ， 1.5% 的學生每天閱讀少於 48 分鐘， 而 1.7% 閱讀多於 72 分鐘。
- (a) 哪一所學校有較少學生每天閱讀多於 60 分鐘？ 試解釋你的答案。 (6 分)
- (b) 在較少學生每天閱讀多於 60 分鐘的學校中， 求第 4 位隨機選出的學生是第 2 位每天閱讀多於 60 分鐘的概率。 (2 分)
- (c) 每天閱讀  $T$  分鐘或以上的學生可獲獎項。 為使每所學校均不多於 10% 的學生獲獎，  $T$  的最小值應為多少？ 答案以整數分鐘表示。 (4 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

A large rectangular area with horizontal ruling lines, intended for writing answers.

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

10. 志誠於 7:10 到達巴士站。一輛巴士於 7:20 到達，而另一輛巴士於 7:30 到達。志誠每次能登上巴士的概率為 0.9。若志誠登上 7:20 到達的巴士，則他遲到的概率為 0.1。若志誠登上 7:30 到達的巴士，則他遲到的概率為 0.4。若志誠未能登上該兩班巴士，則他必定遲到。

(a) 求在某天志誠能在 7:30 或之前登上巴士的概率。 (2分)

(b) 求在某天志誠遲到的概率。 (2分)

(c) 求志誠 6 天遲到 2 次的概率。 (2分)

(d) 現連同志誠合共 7 人在大堂等候升降機。若志誠遲到，他會前往二樓；否則他會前往三樓。其他 6 人各自前往二樓及三樓的概率分別為 0.7 及 0.3。當一輛空的升降機到達時，該 7 人均進入該升降機，之後再沒有人進入該升降機。

(i) 求該 7 人均前往同一樓層的概率。

(ii) 求恰有 3 人前往三樓的概率。

(iii) 已知恰有 3 人前往三樓，求志誠遲到的概率。

(7分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

11. 投資顧問偉健預測某工廠在未來一年的總盈利額。他用下式模擬該工廠的盈利額的變率（以每月百萬元為單位）：

$$A(t) = \ln(t^2 - 8t + 95),$$

其中  $t (0 \leq t \leq 12)$  為自該預測開始起計所經過的月數。設  $P_1$  百萬元為在偉健模擬下該工廠在未來一年的總盈利額。

- (a) (i) 利用梯形法則將區間分成 4 個子區間，估計  $P_1$ 。

(ii) 求  $\frac{d^2 A(t)}{dt^2}$ 。

(4分)

- (b) 廠長潔儀用下式模擬該工廠在未來一年的盈利額的變率（以每月百萬元為單位）：

$$B(t) = \frac{t+8}{\sqrt{t+3}},$$

其中  $t (0 \leq t \leq 12)$  為自該預測開始起計所經過的月數。設  $P_2$  百萬元為在潔儀模擬下該工廠在未來一年的總盈利額。

- (i) 求  $P_2$ 。

- (ii) 偉健宣稱  $P_1$  與  $P_2$  之差不超過 2。你是否同意？試解釋你的答案。

(9分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

12. 某農場內的雞受到禽流感感染。該農場內雞的數目（以千為單位）可用下式模擬：

$$N = \frac{27}{2 + \alpha t e^{\beta t}},$$

其中  $t (\geq 0)$  為自該禽流感開始擴散起計所經過的日數，且  $\alpha$  及  $\beta$  均為常數。

(a) 將  $\ln\left(\frac{27-2N}{Nt}\right)$  表為  $t$  的線性函數。 (2分)

(b) 已知在 (a) 中所得的線性函數的圖像的斜率及水平軸上的截距分別為  $-0.1$  及  $10\ln 0.03$ 。

(i) 求  $\alpha$  及  $\beta$ 。

(ii) 在該禽流感開始擴散起計的某一日，該農場內雞的數目會否少於 12 千？試解釋你的答案。

(iii) 描述該農場內雞的數目的變率在該禽流感開始擴散後的首 20 日如何變化。試解釋你的答案。

(10分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

A large rectangular area with horizontal dashed lines, intended for writing answers. The lines are evenly spaced and extend across the width of the page.

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

A large rectangular area with horizontal ruling lines, intended for writing answers. The lines are evenly spaced and extend across the width of the page, leaving a margin on both sides.

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

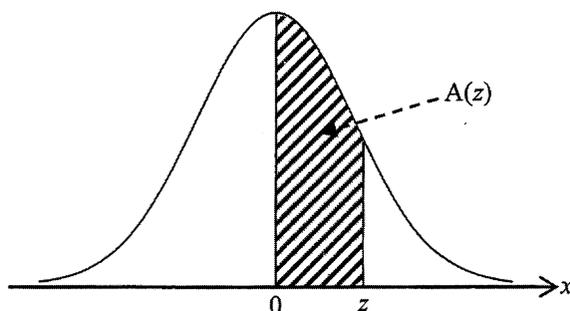
試 卷 完

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

標準正態分佈表

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990
3.1	.4990	.4991	.4991	.4991	.4992	.4992	.4992	.4992	.4993	.4993
3.2	.4993	.4993	.4994	.4994	.4994	.4994	.4994	.4995	.4995	.4995
3.3	.4995	.4995	.4995	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4997
3.4	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4998
3.5	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998

註：本表所列數字為標準正態曲線下由  $x=0$  至  $x=z$  ( $z \geq 0$ ) 之間的面積。  
負值  $z$  所對應的面積可利用對稱性求得。



$$A(z) = \int_0^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$