評卷一般指引

1. 所有閱卷員均應盡量依循本評卷參考評卷。但在很多情況下，考生可能使用評卷參考所述以外的方法求得正確答案。一般而言，除非考題指明須使用某種解題方法，否則考生若使用另外的方法求得正確答案，應獲得該部分的所有分數。如遇考生使用評卷參考以外的方法解題，閱卷員應耐心評閱。

2. 為方便閱卷員，本評卷參考採取盡量詳盡無遺的形式。但考生的解答不一定採取同樣清晰的形式，例如可能略去或沒有言明某些解題步驟。在這些情況下，閱卷員應酌情評分。一般而言，解答如能顯示考生在某一解題步驟運用了相關概念／技巧，則應給予該步驟的分數。

3. 在評分時，任何疑點的利益應歸於考生。

4. 除非考題指明答案須採取的形式，如考生的答案正確，即使該答案的形式較評卷參考提供的形式簡單，仍應予接納。

5. 評卷參考上的分數分為以下三類：

‘M’ 分	–	使用正確解題方法而獲得的分數
‘A’ 分	–	提供準確答案而獲得的分數
‘M’ 或‘A’ 以外的分數	–	正確完成證明或求得考題提供的答案而獲得的分數

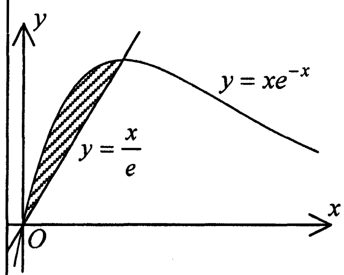
   某些考題包含若干部分，其中某些部分的答案依賴於先前部分的答案。如考生能從先前部分的答案以正確的步驟或方法導出答案，即使先前部分的答案有誤，仍應給予‘M’ 分（即閱卷員在評定‘M’ 分時，應跟進考生的解題步驟），但不應給予相關答案的‘A’ 分，除非另有規定。

6. 在評卷參考中，虛線長方形代表可略去的步驟，而 實線長方形 則代表其他答案。

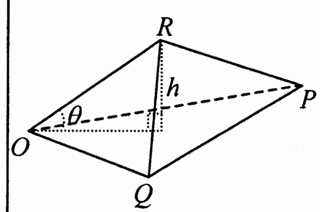
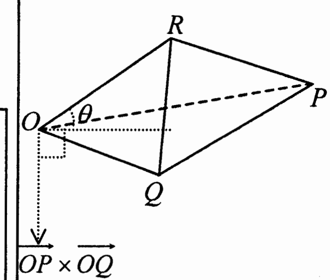
7. (a) 除非考題另有規定，否則不應接納並非真確值的數值答案。
   (b) 若考題規定答案須達至某一程度的精確度，閱卷員不應接納未達該精確度的答案。

解	分	備註
(a) $(1-4x)^2(1+x)^n$		
$=(1-8x+16x^2)\left[1+nx+\dfrac{n(n-1)}{2}x^2+\cdots\right]$ ---------------------------------- (*)	1M	給 $(1+x)^n$ 的二項展式 (展開至包含 x^2 的項)
x 的係數 $=n-8$		
$\therefore\ n-8=1$		
即 $n=9$	1A	
(b) $\therefore\ (1-4x)^2(1+x)^9=(1-8x+16x^2)(1+9x+36x^2+\cdots)$		給 $(1+x)^n$ 的二項展式 (展開至包含 x^2 的項)
x^2的係數 $=36-8\cdot 9+16$	1M	
<u>另解</u> x^2的係數 $=\dfrac{n(n-1)}{2}-8n+16$ 　　根據 (*)	1M	
$=-20$	1A	
	(4)	
2. (a) $y=x^3-3x$		
$\dfrac{dy}{dx}=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{[(x+h)^3-3(x+h)]-(x^3-3x)}{h}$	1M	
$=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{x^3+3x^2h+3xh^2+h^3-3x-3h-x^3+3x}{h}$	1M	或 $\dfrac{h[(x+h)^2+(x+h)x+x^2]-3h}{h}$
$=\lim\limits_{h\to 0}(3x^2+3xh+h^2-3)$		
$=3x^2-3$	1A	
(b) 當 C 遞減時，$\dfrac{dy}{dx}\le 0$ 。		
$3x^2-3\le 0$	1M	接納 $3x^2-3<0$
$(x+1)(x-1)\le 0$		
$-1\le x\le 1$	1A	接納 $-1<x<1$
	(5)	
$x\ln y+y=2$		
$\ln y+x\cdot\dfrac{1}{y}\dfrac{dy}{dx}+\dfrac{dy}{dx}=0$	1M+1M	1M 給積法則 1M 給鏈式法則
$\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{-y\ln y}{x+y}$		
<u>另解</u> $x=\dfrac{2-y}{\ln y}$		
$\dfrac{dx}{dy}=\dfrac{\ln y\cdot(-1)-(2-y)\frac{1}{y}}{(\ln y)^2}$	1M	給商法則
$\therefore\ \dfrac{dy}{dx}=\dfrac{y(\ln y)^2}{y-2-y\ln y}$	1M	給 $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{1}{\frac{dx}{dy}}$
當曲線與 y 軸相交時，$x=0$ 。		
$\therefore\ y=2$	1A	

解	分	備註
$\left.\dfrac{dy}{dx}\right\|_{(0,2)} = \dfrac{-2\ln 2}{0+2}$	1M	或 $\dfrac{2(\ln 2)^2}{2-2-2\ln 2}$
$= -\ln 2$		
因此切線方程為 $y = -x\ln 2 + 2$ 。	1A	
	(5)	
4. $x = 2y + \sin y$		
$\dfrac{dx}{dy} = 2 + \cos y$	1M	
$\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{2+\cos y}$		
$\dfrac{d^2y}{dx^2} = -1\cdot(2+\cos y)^{-2}(-\sin y)\dfrac{dy}{dx}$	1M	或 $\dfrac{0-1(-\sin y)\dfrac{dy}{dx}}{(2+\cos y)^2}$
另解		
$1 = 2\dfrac{dy}{dx} + \cos y \cdot \dfrac{dy}{dx}$	1M	
$0 = 2\dfrac{d^2y}{dx^2} + \left[\cos y\dfrac{d^2y}{dx^2} + (-\sin y)\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2\right]$	1M	
$\sin y\left(\dfrac{1}{2+\cos y}\right)^2 = (2+\cos y)\dfrac{d^2y}{dx^2}$		
$\dfrac{d^2y}{dx^2} = \dfrac{\sin y}{(2+\cos y)^3}$	1A	
	(3)	
5. (a) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{9-x}} = \int -(9-x)^{\frac{-1}{2}}\,d(9-x)$	1M+1A	
另解		
設 $u = 9-x$ 。	1M	
$du = -dx$		
$\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{9-x}} = \int -u^{\frac{-1}{2}}\,du$	1A	
$= -2u^{\frac{1}{2}} + C$		
$= -2\sqrt{9-x} + C$	1A	
(b) 設 $x = 3\sin\theta$ 。	1M	
$dx = 3\cos\theta\,d\theta$		
$\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}} = \int \frac{3\cos\theta\,d\theta}{\sqrt{9-9\sin^2\theta}}$		
$\displaystyle= \int d\theta$	1A	
$= \theta + C$		
$= \sin^{-1}\dfrac{x}{3} + C$	1A	
	(6)	

解	分	備註
(a) $\int xe^{-x}\mathrm{d}x = x(-e^{-x}) - \int (-e^{-x})\,\mathrm{d}x$	1M	
$= -xe^{-x} - e^{-x} + C$	1A	
(b) $\begin{cases} y = xe^{-x} \\ y = \dfrac{x}{e} \end{cases}$		
$xe^{-x} = \dfrac{x}{e}$		
$x\left(e^{-x} - \dfrac{1}{e}\right) = 0$		
$x = 0$ 或 1	1A	給 $x = 1$
$\therefore$ 面積 $= \int_0^1 \left(xe^{-x} - \dfrac{x}{e}\right)\mathrm{d}x$	1M	給 $\int_a^b (y_1 - y_2)\,\mathrm{d}x$
$= \left[-xe^{-x} - e^{-x} - \dfrac{x^2}{2e}\right]_0^1$	1M	給利用 (a)
$= \left(-e^{-1} - e^{-1} - \dfrac{1}{2e}\right) - (-1)$		
$= 1 - \dfrac{5}{2e}$	1A	
	(6)	

解	分	備註
(a) $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$		
$= \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$		
$= 2A$	1	
因此該命題對 $n = 1$ 為真。		
假設該命題對 $n = k$ 為真，即 $A^{k+1} = 2^k A$ 。	1	
$A^{k+2} = A^{k+1}A$		
$= (2^k A)A$　根據假設	1	
$= 2^k A^2$		
$= 2^k \cdot 2A$　根據 $n = 1$ 時的命題		
$= 2^{k+1} A$	1	
因此該命題對 $n = k + 1$ 亦為真。		
根據數學歸納法原理，該命題對所有正整數 n 為真。	1	
(b) $\lvert A \rvert = 0$	1A	
故 A^{-1} 不存在，而偉儀的論據使用了 A^{-1}，因此得出錯誤的結論。	1	
	(7)	

解	分	備註
8. (a) $\overrightarrow{OP}\times\overrightarrow{OQ}=\begin{vmatrix}\mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k}\\ -1 & 2 & 2\\ 1 & -1 & 2\end{vmatrix}$		
$=6\mathbf{i}+4\mathbf{j}-\mathbf{k}$	1A	
四面體 $OPQR$ 的體積 $=\frac{1}{6}\left\|(\overrightarrow{OP}\times\overrightarrow{OQ})\cdot\overrightarrow{OR}\right\|$		
$=\frac{1}{6}\left\|(6\mathbf{i}+4\mathbf{j}-\mathbf{k})\cdot(2\mathbf{i}-3\mathbf{j}+6\mathbf{k})\right\|$	1M	
$=1$	1A	
(b) $OR=\sqrt{2^2+(-3)^2+6^2}$		
$=7$	1A	
ΔOPQ 的面積 $=\frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{OP}\times\overrightarrow{OQ}\right\|$		
$=\frac{1}{2}\sqrt{6^2+4^2+(-1)^2}$		
$=\frac{\sqrt{53}}{2}$	1A	
設 h 為以 OPQ 為底的四面體的高。		
$\therefore\ \frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{53}}{2}h=1$	1M	
$h=\frac{6}{\sqrt{53}}$		
設 θ 為平面 OPQ 與直線 OR 之間的夾角。		
$\therefore\ \sin\theta=\dfrac{\frac{6}{\sqrt{53}}}{7}$	1M	
另解 $\left\|\overrightarrow{OP}\times\overrightarrow{OQ}\right\|=\sqrt{6^2+4^2+(-1)^2}$		
$=\sqrt{53}$	1A	
設 θ 為平面 OPQ 與直線 OR 之間的夾角。		
$\overrightarrow{OR}\cdot(\overrightarrow{OP}\times\overrightarrow{OQ})=\left\|\overrightarrow{OR}\right\|\cdot\left\|\overrightarrow{OP}\times\overrightarrow{OQ}\right\|\cos(\theta+90^\circ)$	1M+1M	1M 給點積公式 1M 給 $\theta+90^\circ$
$\cos(\theta+90^\circ)=\frac{2\cdot6-3\cdot4+6(-1)}{7\sqrt{53}}$		
$\theta\approx6.8^\circ$	1A	
	(8)	

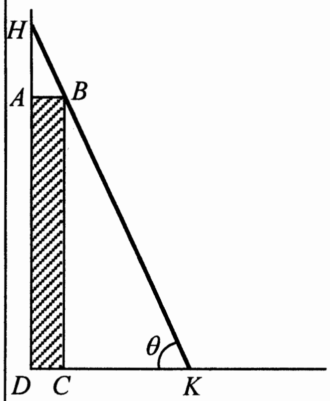
解	分	備註
(a) 增廣矩陣為 $\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 1 & 1 & 100 \\ 1 & 6 & 10 & 200 \end{array}\right)$		
$\sim\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 1 & 1 & 100 \\ 0 & 5 & 9 & 100 \end{array}\right)$	1M	
設 $z=t$，其中 t 是實數。		
$\therefore\ y=20-\frac{9t}{5}$ 和 $x=80+\frac{4t}{5}$	1A+1A	
另解 設 $y=t$，其中 t 是實數。 $\therefore\ z=\frac{100-5t}{9}$ 和 $x=\frac{800-4t}{9}$	1A+1A	或 設 $x=t$，由此得 $y=200-\frac{9t}{4}$, $z=\frac{5t}{4}-100$
(b) $\begin{cases} m+n+k=100 \\ 0.5m+3n+5k=100 \end{cases}$	1A	
$\therefore\ \begin{cases} m+n+k=100 \\ m+6n+10k=200 \end{cases}$		
根據 (a)，若 $20-\frac{9t}{5}$ 和 $80+\frac{4t}{5}$ 均為整數，則 t 是 5 的倍數。 由 $m\geq 0$，得 $t\geq -100$ 由 $n\geq 0$，得 $t\leq\frac{100}{9}$ 由 $k\geq 0$，得 $t\geq 0$ 綜合以上條件，可得 $t=0$、5 或 10。	1M	
另解(1) 通過試用 t 的不同數值，可知當 $t=0$、5 或 10 (或這三者中任何兩個)時，m、n 和 k 全為非負數	1M	
另解(2) 通過試用 t 的不同數值，可知 (m,n,k) 可以是 $(80,20,0)$，$(84,11,5)$ 或 $(88,2,10)$ (或這三者中任何兩個)。	1M	
因此有多於一套 m、n 和 k 的組合，故不應同意夢華的說法。	1	
	(6)	

解	分	備註
). (a) $HK=HB+BK$		
$=\left(\frac{24}{\cos\theta}+\frac{192}{\sin\theta}\right)$ cm	1A	或 $(24\sec\theta+192\csc\theta)$ cm
	(1)	

解	分	備註

(b) $\dfrac{dHK}{d\theta} = -24(\cos\theta)^{-2}(-\sin\theta) - 192(\sin\theta)^{-2}\cos\theta$ 1M 或 $24\sec\theta\tan\theta - 192\csc\theta\cot\theta$

$\dfrac{dHK}{d\theta} = 0$ ，當 $\dfrac{24\sin\theta}{\cos^2\theta} = \dfrac{192\cos\theta}{\sin^2\theta}$ 1M



$\tan^3\theta = 8$

$\tan\theta = 2$

$\theta = \tan^{-1} 2$ 1A

θ	$0 < \theta < \tan^{-1} 2$	$\theta = \tan^{-1} 2$	$\tan^{-1} 2 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$
$\dfrac{dHK}{d\theta}$	負	0	正

1M

當 $\theta = \tan^{-1} 2$，HK 達到最小值。

根據(a)，梯子的最短長度 $= 24 \cdot \dfrac{\sqrt{5}}{1} + 192 \cdot \dfrac{\sqrt{5}}{2}$

$= 120\sqrt{5}$ cm 1

(5)

(c) (i) $x + HK\cos\theta = AB + CK$

$x = -270\cos\theta + 24 + 192\cot\theta$ 1M

$\dfrac{dx}{dt} = 270\sin\theta \cdot \dfrac{d\theta}{dt} - 192\csc^2\theta \cdot \dfrac{d\theta}{dt}$ -------------------------------- (*) 1M

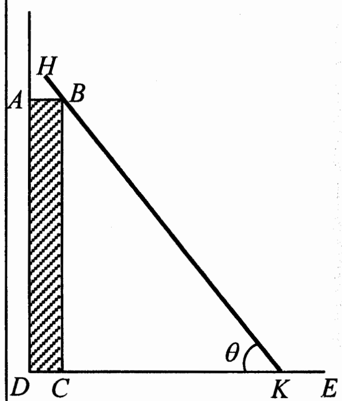
當 $CK = 160$ cm， $\tan\theta = \dfrac{192}{160} = \dfrac{6}{5}$

$\therefore \quad \sin\theta = \dfrac{6}{\sqrt{61}}$ 或 $\theta = 0.87605805$

$\dfrac{dx}{dt} = 270\left(\dfrac{6}{\sqrt{61}}\right)(-0.1) - 192\left(\dfrac{\sqrt{61}}{6}\right)^2(-0.1)$ 或 $270\sin 0.87605805 \cdot (-0.1) - 192\csc^2 0.87605805 \cdot (-0.1)$

≈ 11.79 1A

即 x 的變率為 $11.79\ \text{cm s}^{-1}$ 。



(ii) $y - x = 270\cos\theta$ 1M

$\dfrac{dy}{dt} - \dfrac{dx}{dt} = -270\sin\theta \cdot \dfrac{d\theta}{dt}$

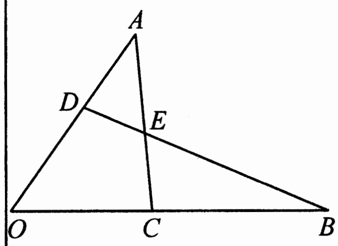
> 另解
>
> $y = 24 + 192\cot\theta$ 1M
>
> $\dfrac{dy}{dt} = -192\csc^2\theta \cdot \dfrac{d\theta}{dt}$
>
> 根據(*)， $\dfrac{dx}{dt} - \dfrac{dy}{dt} = 270\sin\theta \cdot \dfrac{d\theta}{dt}$

$\because \quad \sin\theta > 0$ 和 $\dfrac{d\theta}{dt} < 0$ 1M

$\therefore \quad \dfrac{dy}{dt} > \dfrac{dx}{dt}$

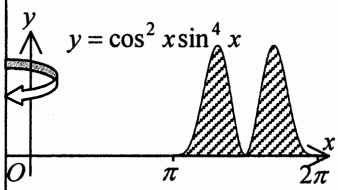
因此 K 移向 E 的速率較 H 離開牆壁的水平速率快，
故應同意智朗的說法。 1

(6)

解	分	備註
11. (a) (i) $\overrightarrow{OC}=t\mathbf{b}$		
$\therefore\ \overrightarrow{OE}=\dfrac{\mathbf{a}+mt\mathbf{b}}{1+m}$	1M+1A	
(ii) $\overrightarrow{OD}=(1-t)\mathbf{a}$		
$\therefore\ \overrightarrow{OE}=\dfrac{n(1-t)\mathbf{a}+\mathbf{b}}{1+n}$	1A	
(iii) 比較 (i) 和 (ii)，可得		
$\begin{cases}\dfrac{1}{1+m}=\dfrac{n(1-t)}{1+n} \text{ -------------------(1)} \\ \dfrac{mt}{1+m}=\dfrac{1}{1+n} \text{ -------------------(2)}\end{cases}$	1M	
$(2)\div(1)$:		
$mt=\dfrac{1}{n(1-t)}$ -------------------(3)	1M	
根據(1)， $\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{nt(1-t)}}=\dfrac{n(1-t)}{1+n}$		
$t(1+n)=nt(1-t)+1$		
$t=-nt^2+1$		
$n=\dfrac{1-t}{t^2}$	1	
根據(3)， $mt=\dfrac{1}{\dfrac{1-t}{t^2}(1-t)}$		
$m=\dfrac{t}{(1-t)^2}$	1	
(iv) 若 $m=n$，則 $\dfrac{t}{(1-t)^2}=\dfrac{1-t}{t^2}$ 。	1A	
$t^3=(1-t)^3$		
$t=\dfrac{1}{2}$		
因此 C 和 D 分別是 OB 和 OA 的中點。		
E 是 ΔOAB 的形心，故應同意啟寧的說法。	1A	
	(9)	
(b) $\overrightarrow{AC}=t\mathbf{b}-\mathbf{a}$		
$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{OB}=(t\mathbf{b}-\mathbf{a})\cdot\mathbf{b}$		
$=4t-\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}$	1A	
當 $AC\perp OB$， $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{OB}=0$ ，由此得 $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}=4t$ -------------------- (4)	1M	
$\overrightarrow{BD}=(1-t)\mathbf{a}-\mathbf{b}$		
$\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{OA}=[(1-t)\mathbf{a}-\mathbf{b}]\cdot\mathbf{a}$		
$=(1-t)-\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}$	1A	
根據 (4)， $\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{OA}=1-5t$ 。		
所以一般而言， $\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{OA}\neq 0$		
即 BD 並不總與 OA 垂直，故不應同意少君的說法。	1A	
	(4)	

解	分	備註
2. (a) (i) $A^{-1}=\begin{pmatrix}1 & p\\ -1 & 1\end{pmatrix}^{-1}$		
$=\dfrac{1}{\begin{vmatrix}1 & p\\ -1 & 1\end{vmatrix}}\begin{pmatrix}1 & 1\\ -p & 1\end{pmatrix}^{T}$	1M	
$=\dfrac{1}{1+p}\begin{pmatrix}1 & -p\\ 1 & 1\end{pmatrix}$	1A	
(ii) $A^{-1}MA=\dfrac{1}{1+p}\begin{pmatrix}1 & -p\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}k-1 & k\\ 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & p\\ -1 & 1\end{pmatrix}$		
$=\dfrac{1}{1+p}\begin{pmatrix}k-p-1 & k\\ k & k\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & p\\ -1 & 1\end{pmatrix}$	1M+1A	或 $\dfrac{1}{1+p}\begin{pmatrix}1 & -p\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1 & k+kp-p\\ 1 & p\end{pmatrix}$
$=\dfrac{1}{1+p}\begin{pmatrix}-1-p & k+kp-p-p^2\\ 0 & k+kp\end{pmatrix}$		
$=\begin{pmatrix}-1 & k-p\\ 0 & k\end{pmatrix}$	1	
(iii) 根據 (ii)， $(A^{-1}MA)^n=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & k\end{pmatrix}^n$ ，對 $p=k$		
$A^{-1}M^nA=\begin{pmatrix}(-1)^n & 0\\ 0 & k^n\end{pmatrix}$	1M	給等式兩邊中任何一邊
$M^n=\begin{pmatrix}1 & k\\ -1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}(-1)^n & 0\\ 0 & k^n\end{pmatrix}\cdot\dfrac{1}{1+k}\begin{pmatrix}1 & -k\\ 1 & 1\end{pmatrix}$	1M	
$=\dfrac{1}{1+k}\begin{pmatrix}(-1)^n & k^{n+1}\\ (-1)^{n+1} & k^n\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -k\\ 1 & 1\end{pmatrix}$		或 $\dfrac{1}{1+k}\begin{pmatrix}1 & k\\ -1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}(-1)^n & (-1)^{n+1}k\\ k^n & k^n\end{pmatrix}$
$=\dfrac{1}{1+k}\begin{pmatrix}k^{n+1}+(-1)^n & k^{n+1}+(-1)^{n+1}k\\ k^n+(-1)^{n+1} & k^n+(-1)^n k\end{pmatrix}$	1A	
	(8)	
(b) $\begin{pmatrix}x_n\\ x_{n-1}\end{pmatrix}=M\begin{pmatrix}x_{n-1}\\ x_{n-2}\end{pmatrix}$ ，其中 $M=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 0\end{pmatrix}$ (代入 $k=2$)		
$=M^2\begin{pmatrix}x_{n-2}\\ x_{n-3}\end{pmatrix}$	1M	
$=\cdots$		
$=M^{n-2}\begin{pmatrix}x_2\\ x_1\end{pmatrix}$	1A	
$=\dfrac{1}{1+2}\begin{pmatrix}2^{n-1}+(-1)^{n-2} & 2^{n-1}+(-1)^{n-1}2\\ 2^{n-2}+(-1)^{n-1} & 2^{n-2}+(-1)^{n-2}2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix}$ 根據(a)(iii)		
$\therefore\ x_n=\dfrac{2^{n-1}+(-1)^{n-2}}{3}$	1A	或 $\dfrac{2^{n-1}+(-1)^n}{3}$
	(3)	

解	分	備註
13. (a) $1-\cos 4\theta-2\cos 2\theta\sin^2 2\theta$		
$=2\sin^2 2\theta-2\cos 2\theta\sin^2 2\theta$	1M	給 $1-\cos 4\theta=2\sin^2 2\theta$ 或 $1-\cos 2\theta=2\sin^2\theta$
$=2\sin^2 2\theta(1-\cos 2\theta)$		
$=2(2\sin\theta\cos\theta)^2(2\sin^2\theta)$		
$=16\cos^2\theta\sin^4\theta$	1	
	(2)	
(b) $\int_0^{n\pi}\cos^2 x\sin^4 x\,dx$		
$=\int_0^{n\pi}\frac{1-\cos 4x-2\cos 2x\sin^2 2x}{16}\,dx$ 根據(a)		
$=\frac{1}{16}\int_0^{n\pi}(1-\cos 4x)\,dx-\frac{1}{16}\int_0^{n\pi}\sin^2 2x\cdot 2\cos 2x\,dx$	1M	
$=\frac{1}{16}\left[x-\frac{\sin 4x}{4}\right]_0^{n\pi}-\frac{1}{16}\int_{x=0}^{n\pi}\sin^2 2x\,d\sin 2x$	1M	給 $d\sin 2x$
$=\frac{1}{16}\left[\left(n\pi-\frac{\sin 4n\pi}{4}\right)-0\right]-\frac{1}{16}\left[\frac{\sin^3 2x}{3}\right]_0^{n\pi}$	1A	給 $\frac{\sin^3 2x}{3}$
另解		
$=\frac{1}{16}\int_0^{n\pi}(1-\cos 4x)\,dx-\frac{1}{16}\int_0^{n\pi}\sin 4x\sin 2x\,dx$		
$=\frac{1}{16}\left[x-\frac{\sin 4x}{4}\right]_0^{n\pi}-\frac{1}{16}\int_0^{n\pi}\frac{\cos 2x-\cos 6x}{2}\,dx$	1M	給 $\frac{\cos 2x-\cos 6x}{2}$
$=\frac{1}{16}\left[\left(n\pi-\frac{\sin 4n\pi}{4}\right)-0\right]-\frac{1}{32}\left[\frac{\sin 2x}{2}-\frac{\sin 6x}{6}\right]_0^{n\pi}$	1A	給 $\frac{\sin 2x}{2}-\frac{\sin 6x}{6}$
$=\frac{n\pi}{16}$	1	
	(4)	
(c) 設 $x=k-u$ 。	1M	
$\therefore$ $dx=-du$		
當 $x=0, u=k$ ；當 $x=k, u=0$ 。		
$\int_0^k xf(x)\,dx=\int_k^0(k-u)f(k-u)(-du)$		
$=\int_0^k(k-u)f(u)\,du$	1M+1M	1M 給倒轉積分的上下限 1M 給 $f(k-u)=f(u)$
$=k\int_0^k f(u)\,du-\int_0^k uf(u)\,du$		
$=k\int_0^k f(x)\,dx-\int_0^k xf(x)\,dx$		
$\therefore$ $2\int_0^k xf(x)\,dx=k\int_0^k f(x)\,dx$		
即 $\int_0^k xf(x)\,dx=\frac{k}{2}\int_0^k f(x)\,dx$	1	
	(4)	

解	分	備註
(d) 設 $f(x)=\cos^2 x\sin^4 x$ $f(\pi-x)=\cos^2(\pi-x)\sin^4(\pi-x)$ $=(-\cos x)^2(\sin x)^4$ $=\cos^2 x\sin^4 x$ $=f(x)$ $f(2\pi-x)=\cos^2(2\pi-x)\sin^4(2\pi-x)$ $=(\cos x)^2(-\sin x)^4$ $=f(x)$	1M	
旋轉體的體積 $=2\pi\int_{\pi}^{2\pi} x\cos^2 x\sin^4 x\,dx$	1M	
$=2\pi\left(\int_0^{2\pi} x\cos^2 x\sin^4 x\,dx-\int_0^{\pi} x\cos^2 x\sin^4 x\,dx\right)$		
$=2\pi\cdot\frac{2\pi}{2}\int_0^{2\pi}\cos^2 x\sin^4 x\,dx-2\pi\cdot\frac{\pi}{2}\int_0^{\pi}\cos^2 x\sin^4 x\,dx$ 根據(c)	1M	
$=2\pi^2\left(\frac{2\pi}{16}\right)-\pi^2\left(\frac{\pi}{16}\right)$ 根據(b)		
$=\frac{3\pi^3}{16}$	1A	
	(4)	