

本文件供閱卷員參考而設，並不應被視為標準答案。考生及沒有參與評卷工作的教師在詮釋文件內容時應小心謹慎。

### 評卷一般指引

1. 所有閱卷員均應盡量依循本評卷參考評卷。但在很多情況下，考生可能使用評卷參考所述以外的方法求得正確答案。一般而言，除非考題指明須使用某種解題方法，否則考生若使用另外的方法求得正確答案，應獲得該部分的所有分數。如遇考生使用評卷參考以外的方法解題，閱卷員應耐心評閱。
2. 為方便閱卷員，本評卷參考採取盡量詳盡無遺的形式。但考生的解答不一定採取同樣清晰的形式，例如可能略去或沒有言明某些解題步驟。在這些情況下，閱卷員應酌情評分。一般而言，解答如能顯示考生在某一解題步驟運用了相關概念／技巧，則應給予該步驟的分數。
3. 在評分時，任何疑點的利益應歸於考生。
4. 除非考題指明答案須採取的形式，如考生的答案正確，即使該答案的形式較評卷參考提供的形式簡單，仍應予接納。
5. 評卷參考上的分數分為以下三類：
  - ‘M’分 – 使用正確解題方法而獲得的分數
  - ‘A’分 – 提供準確答案而獲得的分數
  - ‘M’或‘A’以外的分數 – 正確完成證明或求得考題提供的答案而獲得的分數

某些考題包含若干部分，其中某些部分的答案依賴於先前部分的答案。如考生能從先前部分的答案以正確的步驟或方法導出答案，即使先前部分的答案有誤，仍應給予‘M’分（即閱卷員在評定‘M’分時，應跟進考生的解題步驟），但不應給予相關答案的‘A’分，除非另有規定。

6. 在評卷參考中，虛線長方形代表可略去的步驟，而實線長方形則代表其他答案。
7. 除非考題另有規定，否則考生應提供真確或準確至4位小數的數值答案。閱卷員不應接納未達所需精確度的答案。

$$1. \quad (a) \quad \left(u + \frac{1}{u}\right)^4 = u^4 + 4u^3\left(\frac{1}{u}\right) + 6u^2\left(\frac{1}{u}\right)^2 + 4u\left(\frac{1}{u}\right)^3 + \left(\frac{1}{u}\right)^4$$

$$= u^4 + 4u^2 + 6 + \frac{4}{u^2} + \frac{1}{u^4}$$

1A

$$(b) \quad (e^{ax} + e^{-ax})^4$$

$$= e^{4ax} + 4e^{2ax} + 6 + 4e^{-2ax} + e^{-4ax} \quad \text{by (a)}$$

1M

$$= \left[1 + \frac{4ax}{1!} + \frac{(4ax)^2}{2!} + \dots\right] + 4\left[1 + \frac{2ax}{1!} + \frac{(2ax)^2}{2!} + \dots\right] + 6$$

$$+ 4\left[1 + \frac{-2ax}{1!} + \frac{(-2ax)^2}{2!} + \dots\right] + \left[1 + \frac{-4ax}{1!} + \frac{(-4ax)^2}{2!} + \dots\right]$$

1M

$$= 1 + 4ax + 8a^2x^2 + 4 + 8ax + 8a^2x^2 + 6 + 4 - 8ax + 8a^2x^2 + 1 - 4ax + 8a^2x^2 + \dots$$

$$= 16 + 32a^2x^2 + \dots$$

1A

$$(c) \quad 32a^2 = 2$$

$$a^2 = \frac{1}{16}$$

$$a = \pm \frac{1}{4}$$

1A

(5)

$$2. \quad p = 8 - \frac{2.1}{\sqrt{t+4}}$$

$$\frac{dp}{dt} = \frac{2.1}{2(t+4)^{\frac{3}{2}}}$$

1A

$$C = 2^p$$

$$\frac{dC}{dp} = 2^p \ln 2$$

1A

$$\frac{dC}{dt} = \frac{dC}{dp} \cdot \frac{dp}{dt}$$

$$= 2^p \ln 2 \cdot \frac{2.1}{2(t+4)^{\frac{3}{2}}}$$

1M

當  $t = 5$ ,  $p = 7.3$ , 由此得

$$\frac{dC}{dt} = 2^{7.3} \ln 2 \cdot \frac{2.1}{2(5+4)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\approx 4.2479$$

1A

即二氧化碳濃度的變率  $\approx$  每年 4.2479 個單位。

(4)

3. (a)  $y = x(x-2)^{\frac{1}{3}}$

$$\frac{dy}{dx} = (x-2)^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{3}(x-2)^{-\frac{2}{3}}x$$

當  $x=3$  ,  $\frac{dy}{dx} = 2$  。

因此  $L$  的方程為  $y=2x$  。

1M

給積法則

1A

(b) 解  $C$  及  $L$  :

$$x(x-2)^{\frac{1}{3}} = 2x$$

$$x \left[ (x-2)^{\frac{1}{3}} - 2 \right] = 0$$

$$x = 0 \text{ 或 } 10$$

1M

1A

(c)  $L$  與  $C$  所圍成區域的面積

$$= \int_0^{10} \left[ 2x - x(x-2)^{\frac{1}{3}} \right] dx$$

$$= \int_0^{10} 2x dx - \int_0^{10} x(x-2)^{\frac{1}{3}} dx$$

設  $u = x-2$  , 由此得  $du = dx$  。

當  $x=0$  ,  $u=-2$  ; 當  $x=10$  ,  $u=8$  。

$\therefore L$  與  $C$  所圍成區域的面積

$$= \int_0^{10} 2x dx - \int_{-2}^8 (u+2)u^{\frac{1}{3}} du$$

$$= [x^2]_0^{10} - \int_{-2}^8 \left( u^{\frac{4}{3}} + 2u^{\frac{1}{3}} \right) du$$

$$= 100 - \left[ \frac{3}{7}u^{\frac{7}{3}} + \frac{3}{2}u^{\frac{4}{3}} \right]_{-2}^8$$

$$= \frac{148 + 9\sqrt[3]{2}}{7}$$

1M

1M

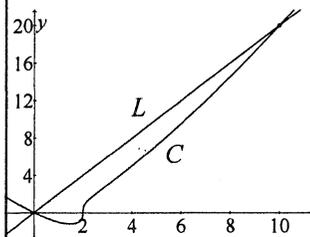
1M

1A

(8)

給原函數

或 22.7628



4. (a) (i)  $u = ae^{-bx}$   
 $\ln u = \ln a - bx$

1A

(ii)  $y = \frac{8(1 - ae^{-bx})}{1 + ae^{-bx}}$   
 $= \frac{8 - 8u}{1 + u}$   
 $u = \frac{8 - y}{8 + y}$

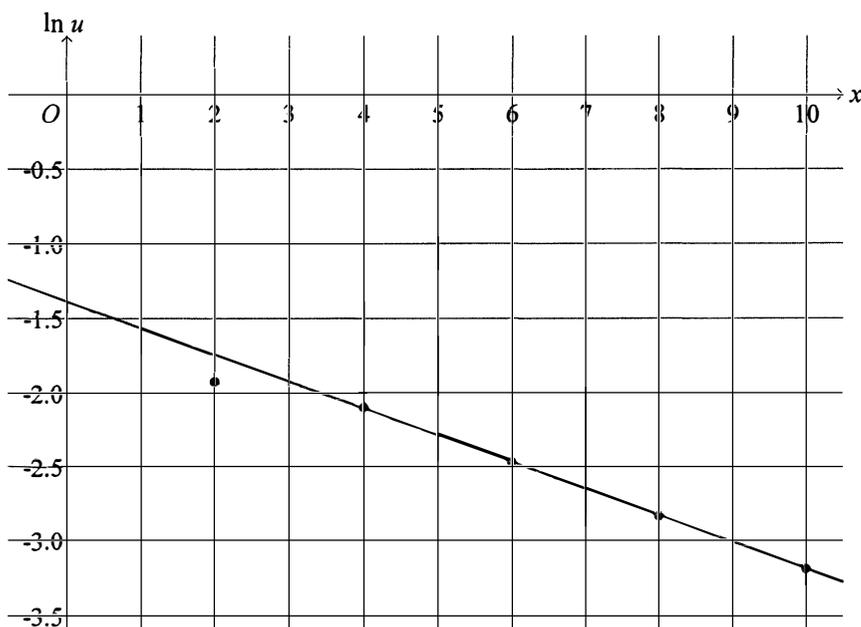
1A

(b) (i) 根據(a),  $\ln \frac{8 - y}{8 + y} = \ln a - bx$

$x$	2	4	6	8	10
$\ln \frac{8 - y}{8 + y}$	-1.93	-2.10	-2.47	-2.83	-3.19

1A

給任意兩對數值



1A

由以上圖象可見， $y = 5.97$  的值不正確。

1A

(ii)  $y$  軸截距  $= \ln a \approx -1.4$   
 $\therefore a \approx 0.25$   
 斜率  $= -b \approx \frac{-3.19 - (-2.10)}{10 - 4}$   
 $\therefore b \approx 0.18$

1M

給任何一個

1A

給  $a$  和  $b$ 

(7)

解	分	備註
<p>5. (a) <math>\frac{d}{dx}(x \ln x) = (1) \ln x + x \left(\frac{1}{x}\right)</math>  <math>= \ln x + 1</math></p> <p>(b) <math>\ln x = \frac{d}{dx}(x \ln x) - 1</math>  <math>\int_1^e \ln x \, dx = [x \ln x]_1^e - \int_1^e 1 \, dx</math>  <math>= e \ln e - \ln 1 - [x]_1^e</math>  <math>= 1</math></p>	<p>1A</p> <p>1M</p> <p>1A</p> <p>1A</p> <p>(4)</p>	<p>給 <math>x</math></p>
<p>6. <math>p</math> 的一個估算值為 <math>\frac{75}{120} = 0.625</math>。</p> <p><math>p</math> 的近似 90% 置信區間</p> $\approx \left( 0.625 - 1.645 \sqrt{\frac{0.625(1-0.625)}{120}}, 0.625 + 1.645 \sqrt{\frac{0.625(1-0.625)}{120}} \right)$ $\approx (0.5523, 0.6977)$	<p>1A</p> <p>1M+1M</p> <p>1A</p> <p>(4)</p>	<p>或 <math>\frac{5}{8}</math></p>
<p>7. (a) <math>E(Y) = 1 \times 0.4 + 2 \times 0.3 + 4 \times 0.2 + m \times 0.1 = 2.4</math>  <math>\therefore m = 6</math></p> <p>(b) (i) <math>P(A) = P(X=0, Y=1) + P(X=0, Y=2) + P(X=1, Y=1)</math>  <math>= 0.2 \times 0.4 + 0.2 \times 0.3 + 0.3 \times 0.4</math>  <math>= 0.26</math></p> <p>(ii) <math>P(A \cap B) = P(X=0, Y=1) + P(X=0, Y=2)</math>  <math>= 0.2 \times 0.4 + 0.2 \times 0.3</math>  <math>= 0.14</math>  <math>P(A)P(B) = 0.26 \times 0.2</math>  <math>= 0.052</math>  <math>\neq P(A \cap B)</math></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>另解</p> <math display="block">P(A B) = P(Y=1) + P(Y=2)</math> <math display="block">= 0.4 + 0.3</math> <math display="block">= 0.7</math> <math display="block">\neq P(A) \text{ 根據 (i)}</math> </div> <p>因此 <math>A</math> 與 <math>B</math> 不是獨立事件。</p>	<p>1A</p> <p>1M</p> <p>1A</p> <p>1A</p> <p>1A</p> <p>1A</p> <p>(5)</p>	<p>跟進</p>

解	分	備註
8. (a) $P(\text{獲得一份獎品} \mid \text{思昕被選中}) = 0.6 + 0.4 \times 0.6 + 0.4^2 \times 0.6 = 0.936$	1M 1A	或 $1 - (1 - 0.6)^3$ 或 $(0.6)^3 + C_1^3(0.6)^2(0.4) + C_1^3(0.6)(0.4)^2$
(b) $P(\text{獲得一份獎品} \mid \text{智朗被選中}) = 0.5 + 0.5 \times 0.5 + 0.5^2 \times 0.5 = 0.875$ $\therefore P(\text{獲獎}) = 0.7 \times 0.936 + 0.3 \times 0.875 = 0.9177$	1M 1A	或 $1 - (1 - 0.5)^3$
(c) $P(\text{智朗被選中} \mid \text{未能獲得一份獎品}) = \frac{0.3 \times (1 - 0.875)}{1 - 0.9177} = \frac{375}{823}$	1M 1A (6)	或 $\frac{0.3 \times (1 - 0.5)^3}{1 - 0.9177}$ 或 0.4557
<hr/>		
9. (a) $P(\text{一個燈泡的壽命} < 39000) = 0.9641$ $P\left(Z < \frac{39000 - \mu}{5000}\right) = 0.9641$ $\frac{39000 - \mu}{5000} \approx 1.8$ $\mu \approx 30000$	1M  1A	
(b) $P(30200 < \text{樣本平均值} < 30800)$ $= P\left(\frac{30200 - 30000}{\frac{5000}{\sqrt{100}}} < Z < \frac{30800 - 30000}{\frac{5000}{\sqrt{100}}}\right)$ $= P(0.4 < Z < 1.6)$ $\approx 0.4452 - 0.1554$ $= 0.2898$	1M  1A	可以使用 '≤' 符號
(c) $P(\text{樣本平均值} > 28500) \geq 0.985$ $P\left(Z > \frac{28500 - 30000}{\frac{5000}{\sqrt{n}}}\right) \geq 0.985$ $-0.3\sqrt{n} \leq -2.17$ $n \geq 52.32111111$ 因此 $n$ 的最小值是 53。	1M  1A  1A (7)	

解	分	備註
<p>10. (a) (i) <math>\ln(x^2+16) - \ln(3x+20) &lt; 0</math>  <math>\ln(x^2+16) &lt; \ln(3x+20)</math>  <math>x^2+16 &lt; 3x+20</math>  <math>x^2-3x-4 &lt; 0</math>  <math>-1 &lt; x &lt; 4</math></p> <p>(ii) (1) <math>I = \int_0^4 [\ln(x^2+16) - \ln(3x+20)] dx</math>  <math>\approx \frac{1}{2}[-0.223143551 + 0 + 2(-0.302280871 - 0.262364264 - 0.148420005)]</math>  <math>\approx -0.824636917</math>  <math>\approx -0.8246</math></p> <p>(2) <math>f(x) = \ln(x^2+16) - \ln(3x+20)</math>  <math>f'(x) = \frac{2x}{x^2+16} - \frac{3}{3x+20}</math>  <math>f''(x) = 2 \cdot \frac{(x^2+16) - x(2x)}{(x^2+16)^2} - 3 \cdot \frac{(-1) \cdot 3}{(3x+20)^2}</math>  <math>= \frac{2(4+x)(4-x)}{(x^2+16)^2} + \frac{9}{(3x+20)^2}</math>  <math>&gt; 0</math> 對 <math>0 \leq x \leq 4</math>            因此(1)中的估算值過高。</p>	<p>1A</p> <p>1A</p> <p>1M</p> <p>1A</p> <p>1M+1A</p> <p>1M</p> <p>1A</p> <p>(8)</p>	<p>或 <math>\frac{1}{2}\{(\ln 16 - \ln 20) + 0 + 2[(\ln 17 - \ln 23) + (\ln 20 - \ln 26) + (\ln 25 - \ln 29)]\}</math></p> <p>或 <math>\frac{3x^2+40x-48}{(x^2+16)(3x+20)}</math></p> <p>跟進</p>
<p>(b) (i) <math>N'(t) = 10\ln(t^2+16) - 10\ln(3t+20)</math></p> <p>(ii) 假設思晴的說法正確：該種昆蟲直至 <math>t=4</math> 時都不會滅絕，即 <math>N(t) &gt; 0</math>，對 <math>0 \leq t \leq 4</math>。  <math>N(4) - N(0) = \int_0^4 [10\ln(t^2+16) - 10\ln(3t+20)] dt</math>  <math>N(4) - 8 &lt; -8.24636917</math> (因估算值過高)  <math>N(4) &lt; 0</math>            因此思晴的說法不正確，不能同意。</p>	<p>1A</p> <p>1A</p> <p>1M</p> <p>1A</p> <p>(4)</p>	<p>跟進</p>
<p>11. (a) <math>R'(t) = 0</math>  <math>P'(t) - C'(t) = 0</math>  <math>4(4 - e^{-\frac{t}{5}}) - 9(2 - e^{-\frac{t}{10}}) = 0</math>  <math>-4\left(e^{-\frac{t}{10}}\right)^2 + 9e^{-\frac{t}{10}} - 2 = 0</math>  <math>e^{-\frac{t}{10}} = 0.25</math> 或 <math>2</math>  <math>t = 20\ln 2</math> 或 <math>-10\ln 2</math> (捨去，因 <math>t \geq 0</math>)</p>	<p>1A</p> <p>1M</p> <p>1A</p> <p>(3)</p>	<p>給 <math>e^{-\frac{t}{5}} = \left(e^{-\frac{t}{10}}\right)^2</math></p> <p>或 <math>t \approx 13.8629</math></p>

$$(b) R'(t) = -4e^{-\frac{t}{5}} + 9e^{-\frac{t}{10}} - 2$$

$$\begin{aligned} R''(t) &= \frac{4}{5}e^{-\frac{t}{5}} - \frac{9}{10}e^{-\frac{t}{10}} \\ &= \frac{1}{10}e^{-\frac{t}{10}} \left( 8e^{-\frac{t}{10}} - 9 \right) \end{aligned}$$

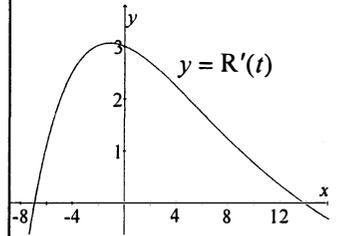
< 0 對  $t \geq 0$  (因為對  $t \geq 0$ , 有  $e^{-\frac{t}{10}} \leq 1$ )  
因此  $R'(t)$  隨  $t$  而遞減。

1A

1M

1

(3)



(c) 根據(a)和(b), 當  $0 \leq t < 20 \ln 2$  時,  $R'(t) > 0$ 。  
在  $R'(t) > 0$  的時段內產生的多餘電能總量

$$\begin{aligned} &= \int_0^{20 \ln 2} \left( -4e^{-\frac{t}{5}} + 9e^{-\frac{t}{10}} - 2 \right) dt \\ &= \left[ 20e^{-\frac{t}{5}} - 90e^{-\frac{t}{10}} - 2t \right]_0^{20 \ln 2} \\ &= 48.75 - 40 \ln 2 \end{aligned}$$

1M

給上限及下限

1A

給原函數

1A

或 21.0241

(3)

$$(d) \text{ 考慮 } \int_5^8 \frac{(t+1)[\ln(t^2+2t+3)]^3}{t^2+2t+3} dt$$

設  $u = \ln(t^2 + 2t + 3)$  .

$$du = \frac{2t+2}{t^2+2t+3} dt$$

當  $t=5$ ,  $u = \ln 38$ ; 當  $t=8$ ,  $u = \ln 83$  .

$$\begin{aligned} \therefore \int_5^8 \frac{(t+1)[\ln(t^2+2t+3)]^3}{t^2+2t+3} dt &= \int_{\ln 38}^{\ln 83} u^3 \frac{du}{2} \\ &= \frac{1}{8} \left[ u^4 \right]_{\ln 38}^{\ln 83} \\ &= \frac{1}{8} [(\ln 83)^4 - (\ln 38)^4] \end{aligned}$$

在改善電能生產後首 3 年生產的電能總量

$$\begin{aligned} &= \int_5^8 \left[ \frac{(t+1)[\ln(t^2+2t+3)]^3}{t^2+2t+3} + 9 \right] dt \\ &= \int_5^8 \frac{(t+1)[\ln(t^2+2t+3)]^3}{t^2+2t+3} dt + \int_5^8 9 dt \\ &= \frac{1}{8} [(\ln 83)^4 - (\ln 38)^4] + [9t]_5^8 \\ &= \frac{1}{8} [(\ln 83)^4 - (\ln 38)^4] + 27 \end{aligned}$$

1M

1A

1A

給  $\frac{u^3}{2}$ 

1A

或 52.7730

(5)

解	分	備註
12. (a) (i) $2 \times 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{49}} = 5.044 - 4.596$ $\sigma = 0.8$	1M 1A	
(ii) 樣本平均值 = $\frac{4.596 + 5.044}{2}$ = 4.82	1A	
(3)		
(b) 合併 樣本的平均值 = $\frac{4.82 \times 49 + 3.6 + 3.8 + \dots + 6.4}{49 + 15}$ = 4.83875	1M 1A	或 4.8388
$\mu$ 的 99% 置信區間 $\approx \left( 4.83875 - 2.575 \times \frac{0.8}{\sqrt{64}}, 4.83875 + 2.575 \times \frac{0.8}{\sqrt{64}} \right)$ = (4.58125, 5.09625)	1M 1A	或 (4.5813, 5.0963)
(4)		
(c) 設 $X$ 為一名隨機選出成人的膽固醇水平。		
(i) $P(\text{低}) = P(X \leq 5.2)$ $= P\left(Z \leq \frac{5.2 - 4.8}{0.8}\right)$ $= P(Z \leq 0.5)$ $\approx 0.6915$	1A	
(ii) $P(\text{高}) = P(X \geq 6.2)$ $= P\left(Z \geq \frac{6.2 - 4.8}{0.8}\right)$ $= P(Z \geq 1.75)$ $\approx 0.0401$	1A	
$P(\text{中}) \approx 1 - 0.6915 - 0.0401$ = 0.2684	1A	
$P(\text{超過 17 名成人為低水平並且至少 1 名成人為中水平})$ $\approx C_{18}^{20} (0.6915)^{18} [C_1^2 (0.2684)(0.0401) + (0.2684)^2] + C_{19}^{20} (0.6915)^{19} (0.2684)$ $\approx 0.0281$	1M 1A	
(5)		

解	分	備註
13. (a) P(某月內該屋邨某台升降機的定期保養服務不可接受) $= 1 - e^{-1.9} \left( 1 + \frac{1.9^1}{1!} + \frac{1.9^2}{2!} \right)$ $\approx 0.296279646$ $\approx 0.2963$	1M 1A	
	(2)	
(b) P(2014 年 6 月為某台升降機在該年內第三個定期保養服務不可接受的月份) $\approx C_2^5 (0.296279646)^2 (1 - 0.296279646)^3 \cdot (0.296279646)$ $\approx 0.0906$	1M 1A	
	(2)	
(c) 一年內所有不可接受的升降機保養服務總數的期望值 $\approx 15 \times 12 \times 0.296279646$ $\approx 53.3303$	1M 1A	
	(2)	
(d) (i) P(屋邨管理處會在 2015 年 4 月 30 日或之前就某台升降機發出警告信) $\approx (0.296279646)^3 + (1 - 0.296279646) \cdot (0.296279646)^3$ $\approx 0.044310205$ $\approx 0.0443$	1M+1M 1A	
(ii) P(屋邨管理處會在 2015 年 4 月 30 日或之前發出 3 封或以上警告信) $\approx 1 - (1 - 0.044310205)^{15} - C_1^{15} (0.044310205)(1 - 0.044310205)^{14}$ $- C_2^{15} (0.044310205)^2 (1 - 0.044310205)^{13}$ $\approx 0.0265$	} 1M+1M 1A	
	(6)	